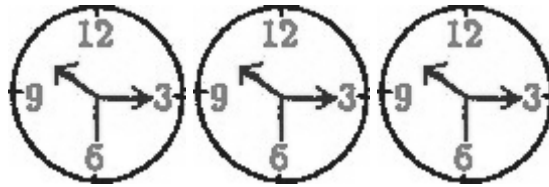


مدت آزمون: ۲۷۰ دقیقه، شروع : ساعت ۹ صبح

۱) سه ساعت با صفحه ی دوار به نام های A، B، و C داریم که هر سه ساعت $30':15:10$ را نشان می دهند (مانند شکل مقابل). در ساعت A، ثانیه شمار تکان نمی خورد ولی صفحه (مستقل از عقربه ها) و ساعت شمار و دقیقه شمار طوری حرکت می کنند که ساعت هر لحظه زمان درست را نشان می دهد.

در ساعت B، دقیقه شمار تکان نمی خورد، ولی صفحه (مستقل از عقربه ها) و ساعت شمار و ثانیه شمار طوری حرکت می کنند که ساعت هر لحظه زمان درست را نشان می دهد. در ساعت C، ساعت شمار تکان نمی خورد، ولی صفحه (مستقل از عقربه ها) و دقیقه شمار و ثانیه شمار طوری حرکت می کنند که ساعت هر لحظه زمان درست را نشان می دهد. فرض کنید ۵۰ ساعت از وضعیت داده شده گذشته است. در این مدت، چند بار وضعیت این سه ساعت کاملا مشابه است (یعنی صفحه و ساعت شمار و دقیقه شمار و ثانیه شمار در هر سه ساعت در یک وضعیت قرار دارند)؟ حالت اولیه را نیز یک وضعیت مشابه به حساب آورید.



۹ (هـ)

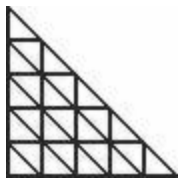
۷ (د)

۵ (ج)

۳ (ب)

۱ (الف)

۲) در شکل مقابل به دل خواه در یکی از خانه های مثلثی شکل یک مهره قرار می دهیم. در هر حرکت می توان این مهره را از خانه ی فعلی آن برداشت و پس از طی یک مسیر در یک خانه ی جدید گذاشت. این مسیر باید طوری باشد که دقیقا یک پاره خط افقی، یک پاره خط عمودی و یک پاره خط مورب را قطع کند. این مهره در هر خانه ای که قرار بگیرد آن را سیاه می کند. توجه کنید که این مهره خانه هایی را که در طول مسیر از آن ها عبور می کند سیاه نمی کند. اگر شکل در ابتدا کاملا سفید باشد، پس از ۲۰ بار حرکت، حداکثر چند خانه را می توان سیاه کرد؟



۹ (هـ)

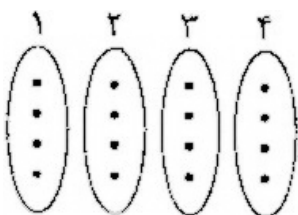
۸ (د)

۷ (ج)

۶ (ب)

۵ (الف)

۳) می خواهیم هر نقطه موجود در دسته ی i در شکل مقابل را با یک پاره خط به دقیقا یک نقطه در دسته ی $i+1$ وصل کنیم ($i \leq 3$) به طوری که هیچ دو نقطه ای از دسته ی i ام به یک نقطه از دسته ی $i+1$ ام وصل نباشند. هم چنین می خواهیم هر نقطه موجود در دسته ی ۴ را با یک پاره خط به دقیقا یک نقطه در دسته ی ۱ وصل کنیم به طوری که هیچ دو نقطه ای از دسته ی ۴ به یک نقطه از دسته ی اول وصل نباشند. به چند طریق می توان این کار را انجام داد؟



۴^۳ × ۲^۳ × ۳^۵ (ج)

۴^۴ × ۲^۴ × ۳^۴ (ب)

۴^۳ × ۲^۴ × ۳^۴ (الف)

۴^۴ × ۲^۳ × ۳^۳ (هـ)

۴^۳ × ۲^۵ × ۳^۳ (د)

۴) جای گشت ۱۲۳۴۵۶ را در نظر بگیرید. در یک حرکت می توانیم جای دو عدد i و j را با هم عوض کنیم اگر $|i-j| \geq 2$. پس از انجام چند حرکت به جای گشت $\pi = p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 p_6$ می رسیم.

π کدام یک از گزینه های زیر می تواند باشد؟

الف) ۶۵۴۳۲۱ (ب) ۲۱۳۴۵۶ (ج) ۴۳۱۲۶۵ (د) ۳۲۴۶۱۵ (ه) تمام گزینه های فوق می تواند باشد.

۵) سه دستور A ، B و C داده شده اند که هر کدام به عنوان ورودی زوج مرتب (x, y) را می گیرد و خروجی زیر را تولید می کند:

* دستور A خروجی با مقدار $(x+3, y)$ را تولید می کند.

* دستور B خروجی با مقدار $(x, y-2)$ را تولید می کند.

* دستور C خروجی با مقدار (y, x) را تولید می کند.

به تعدادی دستور پشت سر هم یک «برنامه» می گوییم. هر برنامه به عنوان ورودی زوج مرتب (x, y) را می گیرد و خروجی آن به صورت زیر تعیین می شود: دستور اول بر روی ورودی اجرا می شود، سپس دستور دوم خروجی دستور اول را به عنوان ورودی دریافت می کند و اجرا می شود، ... و دستور $i+1$ ام خروجی دستور i ام را به عنوان ورودی دریافت می کند و اجرا می شود. خروجی برنامه، خروجی دستور آخر است. به طور مثال برنامه AAC را در نظر بگیرید که ورودی آن $(1, 2)$ است. خروجی این برنامه $(2, 7)$ خواهد بود. (دستور ها از چپ به راست اجرا می شوند).

فرض کنید یک برنامه داریم که ورودی آن $(2, 1)$ و خروجی آن $(8, 5)$ است. حداقل تعداد دستور های این برنامه چند تاست؟

الف) ۵ (ب) ۶ (ج) ۷ (د) ۸ (ه) ۹

۶) همان سؤال قبل، با این تفاوت که خروجی دستور های A ، B و C به صورت زیر است:

* دستور A خروجی $(x+1, y)$ را تولید می کند.

* دستور B خروجی $(x, y+1)$ را تولید می کند.

* دستور C خروجی (y, x) را تولید می کند.

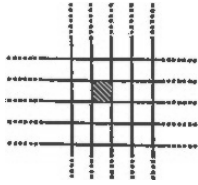
تعداد برنامه هایی را پیدا کنید که از دستور C دقیقاً یک بار استفاده کرده باشد و به ازای ورودی $(0, 0)$ خروجی $(2, 2)$ را تولید کند.

الف) ۶ (ب) ۱۸ (ج) ۲۴ (د) ۳۰ (ه) ۳۲

۷) یک جدول 2×2 بعدی نامتناهی را در نظر بگیرید که در ابتدا تمام خانه های آن سفید است. در مرحله ی اول یکی از خان های آن را به دل خواه سیاه می کنیم (شکل مقابل). از مرحله ی دوم به بعد، در هر مرحله کلیه ی خانه هایی که 1 ، 2 و 3 همسایه

سیاه دارند را مشخص می کنیم و سپس همه ی آن ها را سیاه و بقیه ی خان ها را سفید می کنیم. (دو خانه مجاورند اگر ضلع مشترکی داشته باشد).

بزرگ ترین k ای را پیدا کنید که خانه ای که در مرحله ی اول سیاه شده بود در مرحله ی k ام هم سیاه شود.



الف) ۱ ب) ۷ ج) ۸

د) ۱۶ ه) k هر قدر می تواند بزرگ باشد.

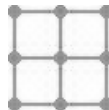
۸) تعداد زیرمجموعه های $\{1, 2, \dots, 10\}$ که مجموع اعضای آن بر ۸ بخش پذیر چند تاست؟

الف) ۱۲۵ ب) ۱۲۶ ج) ۱۲۷ د) ۱۲۸ ه) ۱۲۹

۹) k عدد رخ را در یک صفحه ی شطرنجی 10×10 طوری قرار داده ایم که تمام صفحه را تهدید کنند. یک رخ در خانه ی (x, y) ، همه ی خانه های سطر x و ستون y را تهدید می کند. هم چنین می خواهیم که هر رخ دقیقا توسط ۴ رخ دیگر تهدید شود. حداقل k چند است؟

الف) ۹ ب) ۱۰ ج) ۱۳ د) ۱۶ ه) ۲۴

۱۰) نقشه ی یک استان در شکل مقابل نشان داده شده است که در آن هر نقطه یک شهر و هر خط یک جاده بین دو شهر است. فاصله ی دو شهر A و B برابر است با حداقل تعداد جاده هایی که باید طی کنیم تا از A به B برسیم. یک دزد در یکی از این شهر ها که از قبل مشخص نیست مخفی شده است. برای پیدا کردن این دزد مجاز هستیم به صورت زیر عمل کنیم.



* در ابتدای هر روز یکی از شهر ها به نام A را انتخاب و آن را جست و جو می کنیم. اگر دزد در آن شهر بود که او را دستگیر می کنیم. ولی اگر نبود به کمک دستگاهی فاصله ی شهر A تا شهری که دزد در آن قرار دارد را پیدا می کنیم.

* در انتهای هر روز دزد از شهری که در آن قرار دارد به یکی از شهر های مجاور آن می رود (دو شهر را مجاور گوئیم اگر با یک جاده به هم متصل باشند). دقت کنید که دزد حتما جای خود را عوض می کند.

حداقل به چند روز نیاز داریم تا مطمئن باشیم که دزد را دستگیر می کنیم؟

الف) ۶ ب) ۷ ج) ۸ د) ۹ ه) با گذشت هر چند روز نمی توان مطمئن بود که دزد را پیدا کرده ایم.

۱۱) همان سؤال قبل اگر نقشه ی استان به صورت مقابل باشد.



الف) ۴ ب) ۵ ج) ۶ د) ۷ ه) با گذشت هر چند روز نمی توان مطمئن بود که دزد را پیدا کرده ایم.

۱۲) در خانه ی (۰,۰) جدول مختصات عدد ۱ را می نویسیم. فرض کنید در ابتدای هر مرحله در خانه ی (x,y) عدد i نوشته شده است. در آن مرحله i را پاک می کنیم و یکی از چهار حرکت زیر را انجام می دهیم:

* در خانه ی (x+۱,y) عدد ۴i را می نویسیم،

* در خانه ی (x,y+۱) عدد ۴i+۱ را می نویسیم،

* در خانه ی (x-۱,y) عدد ۴i+۲ را می نویسیم، یا

* در خانه ی (x,y-۱) عدد ۴i+۳ را می نویسیم.

پس از انجام چند مرحله متوجه می شویم در خانه (۱,۱) عدد K نوشته شده است. K کدام گزینه می تواند باشد؟

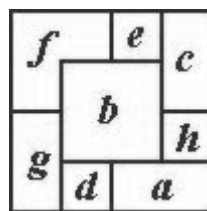
- الف) ۶۰۳۹ (ب) ۱۰۸۲ (ج) ۱۳۴۷ (د) ۵۱۳۲ (ه) ۵۹۲۱

۱۳) کامران یک دستگاه عدد شمار ساخته است که ۷ لامپ دارد. معنی روشن یا خاموش بودن لامپ i ام به ترتیب ۱ و ۰ بودن رقم i ام یک عدد ۷ رقمی در مبنای ۲ است. مثلاً اگر فقط لامپ سوم روشن باشد دستگاه عدد ۸ را نمایش می دهد. در ابتدا همه ی لامپ ها خاموش هستند. این دستگاه دکمه ای دارد که با فشار آن عدد دستگاه یک واحد افزایش می یابد. کامران با ۶۴ بار فشار دادن دکمه عدد اولیه ی صفر را به ۶۴ تبدیل می کند. اگر d_i برابر با تعداد دفعاتی باشد که لامپ i ام تغییر

وضعیت داده است، $\sum_{i=1}^7 d_i$ برابر چه مقدار است؟

- الف) ۱۲۹ (ب) ۱۲۷ (ج) ۶۱ (د) ۶۵ (ه) ۶۴

۱۴) ۸ مربع هم اندازه با رنگ های a, b, ... و h را یکی پس از دیگری در یک صفحه چیده ایم (هر مربع بر روی مربع های قبلی قرار می گیرد) و شکل مقابل حاصل شده است. اگر مربع با رنگ a را A بنامیم، و مربع با رنگ b را B و ... به چه ترتیبی این مربع ها را چیده ایم؟



ب) B و F, E, C, H, A, D, G

الف) F و C, H, B, A, G, D, E

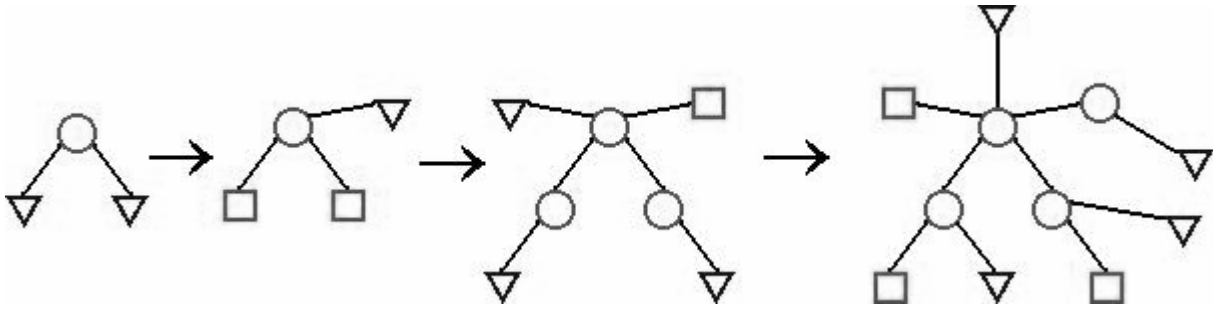
د) B و G, D, A, H, C, E, F

ج) B و F, G, D, A, H, C, E

ه) B و F, C, E, A, H, G, D

۱۵) همه ی رشته های تولید شده از حروف a و b را به ترتیب طول رشته و در صورت مساوی بودن طول ها به ترتیب الفبایی مرتب می کنیم. مثلاً هشت رشته ی اول عبارت اند از: a, b, aa, ab, ba, bb, aaa, aab. رشته ی ۱۳۸۱ ام کدام است؟

* در پایان، به ازاء هر دایره (حتی دایره های جدید)، یک مثلث جدید می کشیم و به آن دایره وصل می کنیم.

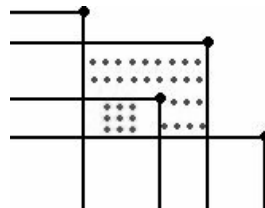


در بالا چهار شکل اول این سری را نشان داده ایم. شکل یازدهم چند تا مثلث دارد؟

- الف) ۸۹ ب) ۹۰ ج) ۱۲۱ د) ۱۲۳ ه) ۱۲۵

۲۱) یک ریاضی دان در دفتر کار خود یک تخته سیاه خیلی بزرگ دارد. روزی پسرش از وی خواست تا با او بازی کند. ریاضی دان که به بازی های کودکانه چندان آشنایی نداشت، به فرزندش پیشنهاد کرد بازی «رولینگ» را انجام دهند. ریاضی دان به پسرش گفت که در این بازی، پسر با گچ یک نقطه روی تخته بگذارد و سپس ریاضی دان از آن نقطه دو نیم خط رسم کرد: یک نیم خط افقی از نقطه به سمت چپ و یک نیم خط عمودی از نقطه به پایین.

پسر که از این بازی کلافه شده بود از پدرش خواست تا یک بازی دیگر مثل «کوئیدیچ» را بازی کنند، ولی ریاضی دان برای آن که پسرش راضی شود به او گفت: «اگر بتوانی با انتخاب ۷ نقطه بیشترین ناحیه های بسته را ایجاد کنی تو را به تماشای مسابقه ی کوئیدیچ خواهیم برد». یک ناحیه ی بسته، ناحیه ای از تخته است که دور تا دور آن به وسیله ی نیم خط ها بسته شده باشد. مثلاً در شکل مقابل با انتخاب ۴ نقطه، دو ناحیه ی بسته ایجاد کرده ایم که با هاشور مشخص شده اند.



پسر با انتخاب ۷ نقطه حداکثر چند ناحیه ی بسته می تواند ایجاد کند؟

- الف) ۱۰ ب) ۱۲ ج) ۱۵ د) ۱۸ ه) ۲۰

۲۲) یک قورباغه روی نقطه ی صفر محور مختصات نشسته است. این قورباغه می تواند به سمت جلو بجهد، ولی طول پرش آن در i امین جهش به دل خواه خودش i یا $i+1$ واحد است. او پس از چند جهش می تواند به نقطه ی ۱۳۸۱ برسد؟ و چند جهش دیگر لازم است تا از آن جا به نقطه ی ۲۰۰۳ برسد؟

- الف) ۵۲ و ۱۱ ب) ۵۲ و ۱۲ ج) ۵۲، نمی تواند برسد

- د) ۳۷ و ۹ ه) به هیچ کدام نمی تواند برسد.

$$((? * ?) * ?)$$

۲۳) یک بازی دو نفری بر روی عبارت $\underbrace{1 \ 2 \ 1}_{((? * ?) * ?)}$ انجام می شود. در این عبارت به جای هر علامت $*$ باید یکی از اعداد ۰، ۱ یا ۲ (به صورت غیر تکراری) و به جای $*$ یکی از عملگرهای \times (ضرب) یا $+$ (جمع) قرار گیرد. بازی به این صورت است: نفر اول یکی از اعداد را برای اولین $?$ ، سپس نفر دوم یک عدد برای $?$ بعدی، در مرحله ی آخر نفر اول همین کار را برای $?$ $*$ بعدی انجام می دهد. کدام یک از گزینه های زیر درست است؟

الف) نفر اول می تواند طوری بازی کند که عدد حاصل زوج شود.

ب) نفر دوم می تواند طوری بازی کند که عدد حاصل زوج شود.

ج) نفر اول می تواند طوری بازی کند که عدد حاصل فرد شود.

د) نفر دوم می تواند طوری بازی کند که عدد حاصل فرد شود.

ه) هر دو گزینه ی های الف و ب درست اند.

۲۴) ۱۰ سکه دور دایره ای چیده شده اند که یک در میان شیر (H) و خط (T) هستند. در هر مرحله می توانیم هر سه تا سکه پشت سر هم را که HTH یا THT باشند انتخاب کنیم و هر سه را برگردانیم. با تکرار این کار، حداکثر چه تعداد H می توانیم داشته باشیم؟

الف) ۵ (ب) ۶ (ج) ۷ (د) ۸ (ه) ۹

۲۵) عبارت بدون پرانتز $a-b/c*d+e$ را در نظر بگیرید. می دانیم که مقدار این عبارت برابر است با $x=((a-((b.c)*d))+e)$ به چند طریق می توان این عبارت را پرانتز گذاری کرد که به ازای همه ی مقادیر a تا e ، حاصل آن همان مقدار x باشد؟ در عبارت پرانتز گذاری شده به ازای هر عملگر حداکثر یک جفت پرانتز می توان گذاشت، مثلاً $a+((b/c))*d+e$ حاوی یک جفت پرانتز اضافه است.

الف) ۱۶ (ب) ۳۲ (ج) ۱۸ (د) ۲۴ (ه) ۸

۲۶) مجموعه ی S «دوستانه» است اگر برای هر $x \in S$ حداقل یکی از $x+1$ و $x-1$ هم در S باشد. مثلاً $\{1, 2, 4, 9, 16, 25, \dots\}$ دوستانه است. چه تعداد مجموعه ی دوستانه با ۵ عضو از اعداد ۱ تا ۱۰۰ داریم؟

الف) ۴۶۵۶ (ب) ۹۲۰۸ (ج) ۹۲۱۶ (د) ۱۰۰۰۰۰ (ه) ۱۸۳۳۶

۲۷) ۷ تا کره ی یک شکل و یک رنگ داریم که از جنس های متفاوت ساخته شده اند. می دانیم که حداقل ۴ تا از این کره ها از یک جنس هستند (به این جنس، «غالب» می گوئیم). دو تا کره را بر می داریم و به هم می چسبانیم، اگر از یک جنس باشند جرقه می زند، در غیر این صورت اتفاقی نمی افتد. با حداقل چند بار چسباندن کره ها به هم مطمئن می توان یک کره پیدا کرد که از جنس غالب باشد؟

الف) ۳ (ب) ۴ (ج) ۵ (د) ۶ (ه) ۷

۲۸) ترکیب دو دنباله ی مرتب A و B به ترتیب با اندازه های n و m یک دنباله ی مرتب به اندازه ی n+m تولید می کند و این کار به اندازه ی m+n هزینه دارد. (مثلا اگر $A=(۱,۲,۳,۵)$ و $B=(۴,۶)$ باشد $C=(۱,۲,۳,۴,۵,۶)$ ترکیب این دو دنباله و هزینه ی تولید آن ۶ است.) برای ترکیب سه دنباله، ابتدا دو تای آن ها را با هم ترکیب و دنباله ی حاصل را با دنباله ی سوم ترکیب می کنیم. بدیهی است که انتخاب دو دنباله ی اول در کل هزینه ی ترکیب مؤثر است. حال فرض کنید ۷ دنباله به اندازه های ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۸، و ۱۰ داریم. کم ترین هزینه ی کل برای ترکیب این ۷ دنباله چه قدر است؟

الف) ۴۸ (ب) ۱۰۵ (ج) ۱۳۴ (د) ۱۴۴ (ه) ۱۶۲

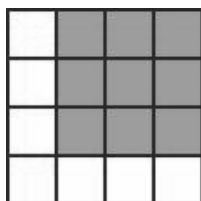
۲۹) در یک جدول، دو خانه را همسایه می گوئیم اگر در یک نقطه یا در یک ضلع اشتراک داشته باشند (بنابراین، هر خانه حداکثر ۸ همسایه دارد). می خواهیم در یک جدول ۱۰×۱۰ ، k خانه را علامت بزینم به طوری که هر خانه ی علامت نخورده حداقل یک همسایه علامت خورده داشته باشد. k حداقل چه قدر است؟

الف) ۱۳ (ب) ۱۴ (ج) ۱۵ (د) ۱۶ (ه) ۱۷

۳۰) یک n-ضلعی را «کامل» می نامیم اگر به ازای هر عدد صحیح i ($۱ \leq i \leq n$)، دقیقا یک ضلع به طول i داشته باشد و هر دو ضلع مجاور آن بر هم عمود باشند. کم ترین عدد n که به ازای آن، n-ضلعی کامل وجود دارد چند است؟

الف) ۴ (ب) ۶ (ج) ۸ (د) ۱۲ (ه) ۱۶

۳۱) بازی یک نفره ی «کوئیدج» به شکل زیر انجام می شود: یک صفحه ی ۴×۴ که همه ی ۱۶ خانه ی آن سفید هستند در اختیار داریم. در هر حرکت، یکی خانه را انتخاب می کنیم. با انتخاب هر خانه، رنگ آن خانه و همه ی خانه هایی که در بالا و سمت راست آن هستند عوض می شود (از سفید به سیاه یا سیاه به سفید تغییر می یابد). مثلا در شکل مقابل با انتخاب خانه ی دوم از ردیف سوم، رنگ بعضی از خانه ها سیاه شده است.



می خواهیم با k بار انجام این حرکت، صفحه را به صورت شطرنجی در آوریم (یعنی رنگ هیچ دو خانه ای که در یک ضلع مشترک اند، یکی نباشد). کم ترین مقدار k چه قدر است؟

الف) ۶ (ب) ۷ (ج) ۸ (د) ۱۵ (ه) ۱۶

۳۲) ۳۰ دانش آموز در یک کلاس حضور دارند که همه ی آن ها افرادی راست گو هستند. می دانیم یکی از آن ها المپیادی است ولی او را نمی شناسیم. می خواهیم با پرسیدن k سؤال، فرد مزبور را بیابیم. در هر سؤال می توانیم یکی از دانش آموزان را انتخاب کنیم و به او اسم چند نفر از دانش آموزان را بگوئیم و از او بپرسیم که آیا فرد المپیادی، یکی از آن چند نفر است یا خیر؟ او هم فقط به این سؤال جواب «بله» یا «خیر» می دهد. k حداقل چه قدر باشد که با پرسیدن k سؤال همواره مطمئن باشیم فرد مورد نظر را بشناسیم؟

الف) ۳ (ب) ۵ (ج) ۷ (د) ۱۰ (ه) ۱۵

۳۳) اعداد ۱ تا ۱۰۰۰ را به این صورت در یک سطر می نویسیم: ابتدا عدد ۱، بدون فاصله عدد ۱۰۰۰، بعد ۲، سپس ۹۹۹، و ...
مثلا ۱۸ رقم ابتدای این سطر به این صورت است: ۱۱۰۰۰۲۹۹۹۳۹۹۸۴۹۹۷۵.

۴۹۰ امین رقم نوشته شده در این سطر چند است؟

- الف) ۰ یا ۹ (ب) ۱ یا ۸ (ج) ۲ یا ۷ (د) ۳ یا ۶ (ه) ۴ یا ۵

۳۴) یک رشته ی دودویی π -رقمی را یک «عدد جهانی» می نامیم در صورتی که وقتی خودش را با معکوسش جمع بزنیم دو بر یک ایجاد نشود. مثلا فرض کنید $\pi=۶$. در این صورت (۰۱۰۰۰۱) یک عدد جهانی است چون معکوس آن (۱۰۰۰۱۰) است و موقع جمع زدن این دو عدد، هیچ دو رقم ۱ روی هم قرار نمی گیرند تا موقع جمع زدن دو بر یک به وجود آید. (در واقع دو بر یک، معادل ده بر یک، در جمع اعداد دودویی است و وقتی ایجاد می شود که جمع ارقام واقع در یک ستون، بیشتر از ۱ شود).
تعداد اعداد دودویی جهانی ۱۰ رقمی چه قدر است؟

- الف) ۲^۵ (ب) ۲^{۱۰} (ج) ۳^۵ (د) ۳^۸ (ه) ۴^۴

۳۵) در یک صفحه ی شطرنج (۸×۸) به چند روش می توان ۸ رخ در خانه های سیاه قرار داد که هیچ دو رخی یک دیگر را تهدید نکنند (در یک سطر یا یک ستون نباشند)؟

- الف) $\frac{۸!}{۲}$ (ب) ۱۲۰ (ج) ۵۷۶ (د) ۴۰۹۶ (ه) ۱۴۴۰۰

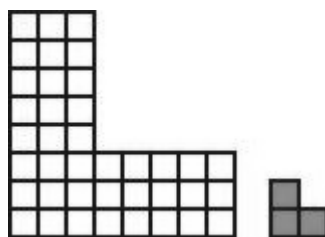
۳۶) دو تابع A و B به صورت زیر بر روی اعداد طبیعی تعریف شده اند.

$$A(n) = \begin{cases} 1 & : n = 1 \\ B(n+1) - 1 & : n > 1 \end{cases}, B(n) = \begin{cases} 1 & : n \leq 2 \\ A(n-2) + 2 & : n > 2 \end{cases}$$

مقدار های $A(۱۳۸۱)$ و $B(۲۰۰۳)$ چه قدر اند؟

- الف) ۱۳۸۱ و ۲۰۰۳ (ب) ۱۳۸۰ و ۲۰۰۲ (ج) ۱۳۸۲ و ۲۰۰۳ (د) ۱۳۸۲ و ۲۰۰۴ (ه) ۱۳۸۰ و ۲۰۰۳

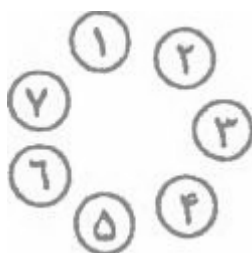
۳۷) به چند طریق می توان سالن مقابل را با موزائیک نشان داده شده کاملا پوشاند به طوری که موزائیک ها روی هم قرار نگیرند؟



- الف) ۸ (ب) ۱۲ (ج) ۱۴ (د) ۱۶ (ه) ۲۰

۳۸) بهداد مشغول انجام بازی «دامبلدور» است. این بازی به این صورت انجام می شود: ۷ سنگ با شماره های ۱ تا ۷ به صورت زیر قرار دارند. در حرکت ۱ ام بازی، بهداد به صورت یک-پا ۱-۱ سنگ را در جهت ساعت گرد رد کرده و به صورت جفت-پا روی سنگ بعد می پرد و می ایستد. برای مثال بهداد در شروع بازی روی سنگ ۱ است. او در حرکت اول جفت-پا روی سنگ ۲ می پرد. در حرکت دوم یک-پا روی سنگ ۳ پریده و سپس جفت-پا روی سنگ ۴ می پرد.

در حرکت سوم، یک-پا روی سنگ های ۵ و ۶ پریده و سپس جفت-پا روی سنگ ۷ می پرد و بالاخره، در حرکت چهارم، به صورت یک-پا روی سنگ های ۱، ۲، و ۳ می پرد و روی سنگ ۴ به صورت جفت-پا می ایستد. آیا می توانید مشخص کنید بهداد پس از حرکت ۱۳۸۱ ام روی کدام سنگ خواهد بود؟



الف) ۱ (ب) ۲ یا ۳ (ج) ۴ (د) ۵ یا ۶ (ه) ۷

۳۹) روز دیگر محمد به بازی «اسنیپ» پرداخت. این بازی شبیه دامبلدور است. در این بازی ۱۰ سنگ ۱ تا ۱۰ به صورت دایره ای شکل قرار گرفته اند. محمد روی سنگ ۱ قرار دارد. او در حرکت ۱ ام باز هم روی ۱-۱ سنگ به صورت یک-پا و سپس روی سنگ بعدی جفت-پا می پرد. اما فرق مهم این دو بازی در این است که در این بازی هر گاه محمد به صورت جفت-پا روی سنگ ۱ بپرد، جهش پریدنش را عوض می کند. مثلاً تصور کنید پس از حرکت سوم او روی سنگ ۷ قرار دارد. او در حرکت چهارم به صورت یک-پا به ترتیب روی سنگ های ۸، ۹ و ۱۰ خواهد پرید و سپس به صورت جفت-پا روی سنگ ۱ می پرد. حال جهت حرکتش عوض می شود و در حرکت پنجم، به صورت یک-پا از روی سنگ های ۱۰، ۹، ۸، و ۷ خواهد گذشت و به صورت جفت-پا روی سنگ ۶ می پرد.

مشخص کنید پس از حرکت ۲۰۰۳ ام او روی کدام سنگ خواهد بود؟

الف) ۱ یا ۲ (ب) ۳ یا ۴ (ج) ۵ یا ۶ (د) ۷ یا ۸ (ه) ۹ یا ۱۰

۴۰) در یک خانواده ی مرد سالار مجموعه ی «اجداد» یک نفر برابر است با پدر او، پدر پدر او و و مجموعه ی «بزرگ تر» های یک نفر برابر است با اجداد و برادران اجداد او. در روز عید، بزرگ فامیل که هیچ برادر یا بزرگ تری ندارد یک سکه به یکی از پسران خود می دهد. هر کس که سکه را دریافت کند یا آن را برای خود بر می دارد و یا آن را به یکی از پسرانش یا یکی از بزرگ تر هایش می بخشد. اگر G نام بزرگ فامیل و P, Q, R, S نام ۴ نفر از اعضاء آن فامیل باشد که در یک دور بازی مشارکت داشته اند، کدام یک از ترتیبات دریافت سکه زیر ممکن نیست؟

الف) $G \rightarrow P \rightarrow R \rightarrow Q \rightarrow S \rightarrow R$ (ب) $G \rightarrow P \rightarrow Q \rightarrow R \rightarrow S \rightarrow P$

ج) $G \rightarrow P \rightarrow Q \rightarrow R \rightarrow S \rightarrow Q \rightarrow P$ (د) $G \rightarrow P \rightarrow R \rightarrow Q \rightarrow S \rightarrow R$

ه) $G \rightarrow P \rightarrow Q \rightarrow R \rightarrow S \rightarrow Q \rightarrow S$